作业3 极限

小圆滚滚

1 利用两个重要极限

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{sinx}{x}=1,\quad \lim\limits_{x\to +\infty}(1+\frac{1}{x})^x=e.$

1.1 练习题

已知$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{f(2x)}=\lim\limits_{x\to +\infty}xln\frac{x+1}{x-1}$,求$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$.

1.1.1 解题过程测试

$$
\begin{aligned}
\because \lim_{x\to +\infty}xln\frac{x+1}{x-1} &= \lim_{x\to +\infty}ln(\frac{x+1}{x-1})^x \\
&= \lim_{x\to +\infty}ln(\frac{x-1+2}{x-1})^x \\
&= \lim_{x\to +\infty}ln(1+\frac{2}{x-1})^x \\
&= \lim_{x\to +\infty}ln(1+\frac{2}{x-1})^{\frac{x-1}{2}\cdot 2+1} \\
&= \lim_{x\to +\infty}ln\left(\left[(1+\frac{2}{x-1})^{\frac{x-1}{2}}\right]^2(1+\frac{2}{x-1})\right) \\
&= lne^2 \\
&= 2
\end{aligned}
$$

$$
\therefore \lim_{x\to 0}\frac{f(2x)}{x}=\frac{1}{\lim\limits_{x\to +\infty}xln\frac{x+1}{x-1}}=\frac{1}{2}
$$

$$
\begin{aligned}
\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x} &= \lim_{x\to 0}\frac{f(2x)}{2x} \\
&= \frac{1}{2}\lim_{x\to 0}\frac{f(2x)}{x} \\
&= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} \\
&= \frac{1}{4}
\end{aligned}
$$

1.1.2 图片展示

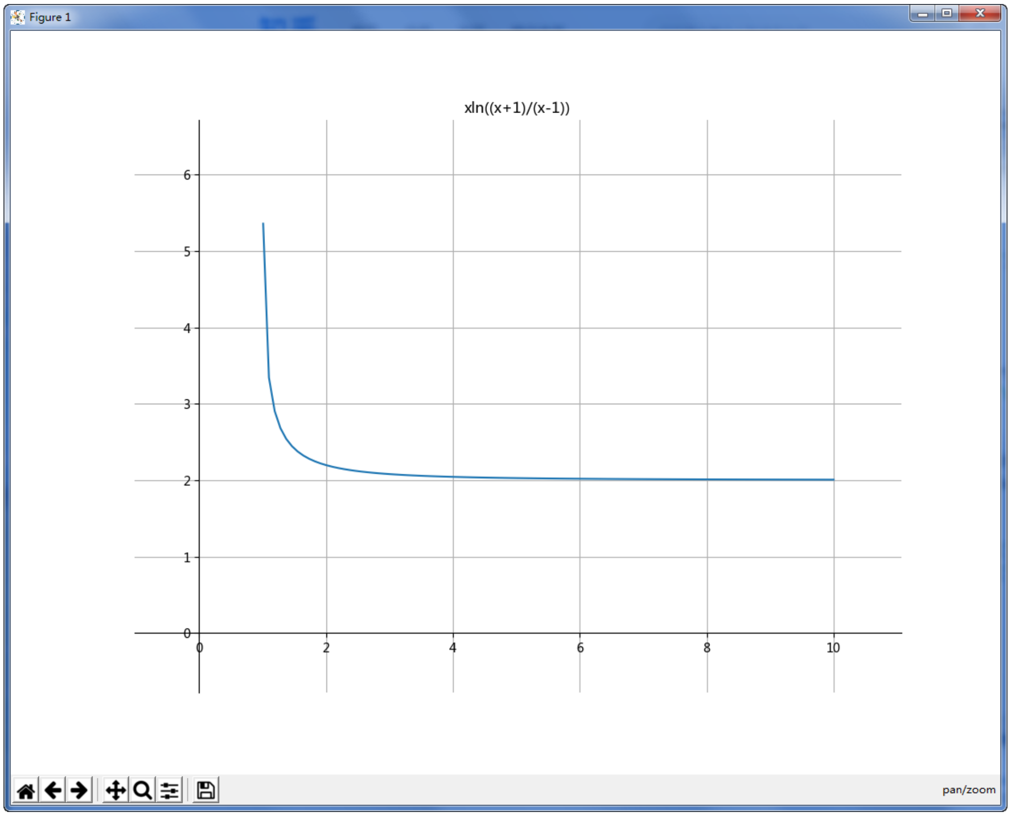

图 1: xln（***）的函数图像

根据图片1可知题目中右半部分的极限