

# 做功公式

小圆滚滚

## 1 穿越机两轴旋转

Q:

无人机roll角速度 $\omega \cos(\theta)$ ，yaw角速度 $\omega \sin(\theta)$ ，求无人机旋转的角速度

A:

嗯，我现在得解决这个问题，题目是说无人机的roll角速度是 $\omega$ 乘以 $\cos \theta$ ，yaw角速度是 $\omega$ 乘以 $\sin \theta$ ，要求无人机旋转的角速度。首先，我需要理解问题到底在问什么。可能这里的角速度是指总的角速度矢量的大小，或者是它的各个分量组合起来的结果？

首先，roll、pitch、yaw这三个角速度通常对应的是绕不同的轴旋转的角速度。在无人机的坐标系中，通常x轴是前进方向，y轴是左右方向，z轴是垂直方向。不过，具体的坐标系定义可能因不同的资料而有所不同，可能需要先确认一下坐标系的方向。不过一般来说，roll是绕x轴的旋转，pitch是绕y轴的旋转，yaw是绕z轴的旋转。

题目中给出了roll角速度是 $\omega \cos \theta$ ，而yaw角速度是 $\omega \sin \theta$ ，但题目里没有提到pitch角速度，这可能意味着pitch角速度是零，或者问题中只考虑roll和yaw的组合？

不过题目要求的是求无人机旋转的角速度，可能指的是总的角速度矢量的大小，或者它的表达式？可能需要把这两个角速度分量合成起来，然后求这个角速度矢量的模，或者它的方向？

不过题目可能更倾向于计算总的角速度的大小，即这两个分量的平方和开根号。不过这个时候，因为roll和yaw是绕不同轴的角速度，所以它们的合成应该是矢量相加，然后求模长。例如，如果无人机的角速度在x轴方向是 $\omega \cos \theta$ ，在z轴方向是 $\omega \sin \theta$ ，那么总角速度矢量就是 $(\omega \cos \theta, 0, \omega \sin \theta)$ ，那么它的模长就是 $\sqrt{(\omega \cos \theta)^2 + 0^2 + (\omega \sin \theta)^2} = \omega \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \omega$ 。也就是说，总角速度的大小是 $\omega$ ，方向是在x-z平面内的某个方向，由 $\theta$ 决定。

不过可能这里需要注意单位的问题，不过题目里并没有给出具体的单位，应该直接代数运算就行。

不过让我再仔细想想，题目中的roll角速度和yaw角速度都是标量值的话，那么它们的矢量和应该是在两个不同的轴上，也就是绕x轴的分量和绕z轴的分量，所以总角速度矢量的大小应该是这两个分量的平方和再开平方，也就是 $\sqrt{(\omega \cos \theta)^2 + (\omega \sin \theta)^2} = \omega \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \omega * 1 = \omega$ 。所以，总角速度的大小就是 $\omega$ ，方向的话则由 $\theta$ 决定，在x-z平面内，和x轴的夹角为 $\theta$ 。

不过题目可能只需要角速度的大小，也就是标量结果，所以答案应该是 $\omega$ 。不过可能这里需要进一步确认题目的意图，是否真的只需要模长，或者是否需要用矢量形式表达？

题目问的是“求无人机旋转的角速度”，这里的角速度可能指的是矢量的角速度，而不仅仅是大小。如果是这样的话，那么答案应该是将两个分量用矢量表示，比如在x轴和z轴上的分量分别为 $\omega \cos \theta$ 和 $\omega \sin \theta$ ，而y轴分量为0。因此，角速度矢量可以表示为：

$$\omega = \omega \cos \theta \mathbf{i} + 0 \mathbf{j} + \omega \sin \theta \mathbf{k}$$

或者用向量形式表示为 $(\omega \cos \theta, 0, \omega \sin \theta)$ 。

但题目可能期望的是矢量的模，即总角速度的大小，即 $\sqrt{(\omega \cos \theta)^2 + (0)^2 + (\omega \sin \theta)^2} = \omega$ ，如之前所述。这个时候答案就是 $\omega$ 。不过这里可能需要进一步确认问题是否需要矢量形式还是标量形式。

题目中的roll和yaw角速度分别对应绕x轴和绕z轴的旋转速度，所以无人机同时绕x轴和z轴旋转，那么其总的角速度矢量就是这两个分量的矢量和，即上述的矢量表达式。如果是问总的角速度的大小，就是 $\omega$ ，而如果是问矢量的话，就是那个分量的组合。

不过题目里没有明确说明是要矢量还是模长，但可能根据问题给出的形式，可能答案就是简单的 $\omega$ ，因为它的大小是 $\omega$ ，方向由 $\theta$ 决定，但可能题目想要的是矢量形式？

或者可能问题中的 $\theta$ 是无人机旋转的方向角，即在某个平面内，将角速度分解到roll和yaw轴上。这样的话，总角速度的大小就是 $\omega$ ，而方向是 $\theta$ 。不过这种情况下，可能题目在问总角速度的矢量，或者是它的模。

不过题目中的表达式给出roll角速度是 $\omega \cos \theta$ ，yaw角速度是 $\omega \sin \theta$ ，这似乎意味着总的角速度矢量在x-z平面内，大小为 $\omega$ ，因为 $\sqrt{(\omega \cos \theta)^2 + (\omega \sin \theta)^2} = \omega$ ，所以可能答案就是角速度矢量的模是 $\omega$ ，而分量是 $\cos \theta$ 和 $\sin \theta$ 分别在x和z轴上。

不过可能题目中的“旋转的角速度”指的是矢量的模，即总角速度的大小，所以答案是 $\omega$ 。或者题目可能需要用矢量形式表示，这时候需要写成各分量之和。

不过在没有更多信息的情况下，通常当给出两个正交方向的分量时，总的大小就是平方和开根号，这里因为 $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ ，所以结果就是 $\omega$ 。因此，可能题目的答案就是 $\omega$ ，即总角速度的大小是 $\omega$ ，而分量是给定的表达式。

不过可能还需要注意单位问题，但题目中的参数都是符号，所以应该不用考虑单位。所以最终结论应该是角速度的大小是 $\omega$ ，所以答案就是 $\omega$ 。

不过让我再检查一下是否哪里出错了。假设绕x轴的角速度是 $\omega \cos \theta$ ，绕z轴的角速度是 $\omega \sin \theta$ ，这两个轴在空间中是正交的吗？在无人机的坐标系中，x轴通常是向前，y轴向左，z轴向上。所以，x轴和z轴是正交的，因此它们的角速度分量也是正交的，所以矢量和的模长就是两者的平方和开根号，即 $\sqrt{(\omega \cos \theta)^2 + (\omega \sin \theta)^2} = \omega \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \omega$ 。所以总角速度的大小是 $\omega$ ，方向在x-z平面内，与x轴的夹角为 $\theta$ 。

这种情况下，题目可能希望得到的是角速度的大小为 $\omega$ 。或者，如果是求角速度矢量的话，就是矢量在x和z方向的分量，但题目可能问的是角速度的大小，所以答案是 $\omega$ 。

不过可能题目中的 $\theta$ 是相对于某个参考系的，或者无人机的姿态角，这时候是否需要考虑姿态对分解的影响？例如， $\theta$ 是否是当前的俯仰角（pitch角），导致在分解roll和yaw角速度的时候需要考虑坐标系转换？

不过题目中并没有提到pitch角，只是给出了roll和yaw的角速度表达式，可能这里的 $\theta$ 并不是无人机的姿态角，而仅仅是用来分解角速度的一个参数，比如将总角速度 $\omega$ 按 $\theta$ 角度分解到roll和yaw轴上，这样分解后的分量就是 $\omega \cos \theta$ 和 $\omega \sin \theta$ ，这时候总角速度的大小自然就是 $\omega$ ，而方向由 $\theta$ 决定。

所以，可能题目的意图是，将总角速度矢量 $\omega$ 分解到roll轴（x轴）和yaw轴（z轴）上，分别得到 $\omega \cos \theta$ 和 $\omega \sin \theta$ 的分量，那么总角速度的大小就是 $\omega$ ，而 $\theta$ 是这个矢量与x轴的夹角。题目可能问的是总角速度的大小，所以答案就是 $\omega$ 。

不过，也有可能题目中的 $\theta$ 是另一个姿态角，例如，当无人机有某个姿态时，角速度的分量需要转换到另一个坐标系中，但题目中的描述并没有提到这种情况，可能不需要考虑坐标系的转换，只是简单的分解到x和z轴。因此，总角速度的大小就是 $\omega$ ，而分解到x轴和z轴的分量是 $\omega \cos \theta$ 和 $\omega \sin \theta$ 。

综上，我认为题目所求的无人机旋转的角速度的大小是 $\omega$ ，而方向由 $\theta$ 决定。所以答案应该是 $\omega$ 。

**\*\*答案\*\***  $\omega$

=====我是分割线=====

题目中给出了无人机的roll角速度为 $\omega \cos(\theta)$ ，yaw角速度为 $\omega \sin(\theta)$ ，要求求无人机旋转的角速度。

首先，roll角速度和yaw角速度分别对应绕x轴和z轴的旋转。在无人机坐标系中，x轴和z轴是正交的，因此可以将这两个角速度分量视为矢量。

将roll角速度 $\omega \cos(\theta)$ 作为绕x轴的分量，yaw角速度 $\omega \sin(\theta)$ 作为绕z轴的分量，总角速度矢量可以表示为：

$$\omega = \omega \cos(\theta)\mathbf{i} + \omega \sin(\theta)\mathbf{k}$$

计算该矢量的模长：

$$|\omega| = \sqrt{(\omega \cos(\theta))^2 + 0^2 + (\omega \sin(\theta))^2} = \omega \sqrt{\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)} = \omega$$

因此，无人机旋转的角速度的大小为 $\omega$ ，方向由角度 $\theta$ 决定在x-z平面内。

最终答案：

$$\boxed{\omega}$$

## 2 具体说明角度的起始边在哪个轴

好的，我现在需要解决用户的问题，即具体说明无人机旋转角速度中角度 $\theta$ 的起始边在哪个轴。用户之前的问题是关于计算无人机旋转的角速度，现在他们想更明确角度 $\theta$ 的定义。

首先，我需要回顾之前的解答。之前提到，roll角速度是绕x轴的分量 $\omega \cos \theta$ ，yaw是绕z轴的分量 $\omega \sin \theta$ ，然后通过矢量合成得出总角速度的大小为 $\omega$ 。但用户现在想知道 $\theta$ 具体是从哪个轴开始测量的。

接下来，我需要考虑无人机坐标系的标准定义。通常，在航空领域，无人机的坐标系是x轴指向前方（滚转轴），y轴指向右侧（俯仰轴），z轴垂直向下（偏航轴）。角度 $\theta$ 通常用来表示方向，可能是在x-z平面内的某个方向角。

由于roll是绕x轴，yaw是绕z轴，当 $\theta = 0$ 时，roll的分量最大，yaw分量为0；当 $\theta = 90$ 度时，yaw分量最大，roll分量为0。这说明 $\theta$ 是从x轴开始，绕y轴旋转到z轴的方向。不过这里可能涉及到极坐标中的角度定义，即在x-z平面内， $\theta$ 是从x轴正方向开始测量的，逆时针或顺时针方向？

需要确认角度 $\theta$ 的起始边和旋转方向。在常见的物理或工程中，这样的角度通常是从一个轴开始，比如在水平面内， $\theta$ 可能从x轴开始，向右或向上为正方向。结合问题中的表达式，当 $\theta = 0$ 时，所有角速度都在x轴（roll），当 $\theta = 90$ 度时，都在z轴（yaw），因此 $\theta$ 应该是从x轴转向z轴的角度。在三维坐标系中，这通常是在x-z平面内，绕y轴旋转的角度，但这里可能只是二维平面内的投影。

因此，正确的角度 $\theta$ 起始边应该是x轴的正方向，向z轴正方向旋转。例如，在右手坐标系中，如果从x轴向z轴旋转，可能需要考虑绕y轴的旋转方向。但根据用户的描述，roll和yaw分别对应x和z轴，所以 $\theta$ 可能是在x-z平面内，从x轴开始测量的角度，类似于方位角，但具体方向需要明确。

可能需要指出， $\theta$ 是从x轴的正方向开始，逆时针绕y轴旋转到z轴正方向的角度。不过用户可能只需要知道起始轴是x轴，而 $\theta$ 是相对于x轴的角度，用来分解到x和z轴的分量。因此，在问题中， $\theta$ 的起始边是x轴的正方向，终止边是角速度矢量的投影在x-z平面内的方向，所以角度 $\theta$ 是从x轴开始测量的。

在无人机坐标系中，角度 $\theta$ 的**\*\*起始边为x轴（滚转轴）的正方向\*\***，以右手定则绕y轴（俯仰轴）旋转的角度。具体说明如下：

## 2.1 \*\*坐标系定义\*\*

- **\*\*x轴（滚转轴，Roll）\*\***：指向无人机前方。
- **\*\*y轴（俯仰轴，Pitch）\*\***：指向无人机右侧。
- **\*\*z轴（偏航轴，Yaw）\*\***：垂直向下（符合右手坐标系）。

## 2.2 \*\*角度 $\theta$ 的几何意义\*\*

角度 $\theta$ 表示在**\*\*x-z平面\*\***内，总角速度矢量 $\omega$ 与x轴的夹角：

- **\*\*起始边\*\***：x轴正方向。
- **\*\*终止边\*\***：总角速度矢量 $\omega$ 在x-z平面内的投影方向。
- **\*\*旋转方向\*\***：按右手定则绕y轴旋转（从x轴向z轴方向旋转时， $\theta$ 为正）。

## 2.3 \*\*物理含义\*\*

- 当 $\theta = 0^\circ$ 时，全部角速度沿x轴（纯滚转运动）。
- 当 $\theta = 90^\circ$ 时，全部角速度沿z轴（纯偏航运动）。
- 其他情况下，角速度按 $\cos \theta$ 和 $\sin \theta$ 的比例分配到x轴和z轴。

## 2.4 \*\*图示说明\*\*

在x-z平面内，总角速度矢量 $\omega$ 的分量可表示为：

$$\vec{\omega} = \omega \cos \theta \cdot \mathbf{i} + \omega \sin \theta \cdot \mathbf{k}$$

其中：

- $\cos \theta$ 为x轴分量（滚转角速度），
- $\sin \theta$ 为z轴分量（偏航角速度）。

## 2.5 \*\*结论\*\*

角度 $\theta$ 从**\*\*x轴正方向\*\***起始，绕y轴（俯仰轴）按右手定则旋转，指向总角速度矢量在x-z平面的投影方向。

$\theta$ 的起始边为x轴正方向